

**المتتابعات**



**إعداد الطالب:**

**المتتابعات**

**المتتابعة هي:**

دالة د مجالها مجموعة جزئية من ط ومداها مجموعة جزئية من ح .

وتسمى : د(ن)=أن بالحد النوني للمتتابعة  ، ن تنتمي لـ ط ، وعناصرها تسمى حدود المتتابعة .

وهناك متتابعات منتهية   : د {1، 2،3، ...،م} ← ح . ومتتابعات غير منتهية : د : ط ← ح .

**المتتابعة الحسابية**

نقول أن {**ح**ن } متتابعة حسابية إذا وجد عدد ثابت د بحيث د = **ح**ن +1  -  **ح**ن  ، لجميع قيم ن  وتسمى د أساس المتتابعة .

**ملاحظات :**

1- الحد النوني للمتتابعة الحسابية هو : **ح**ن  = أ + (ن - 1) د ، أ هو الحد الأول ، د هو الأساس .

2- الأوساط الحسابية بين العددين أ ، ب هي حدود المتتابعة التي حدها الأول أ وحدها الأخير ب .

**أمثلة :**

**مثال(1) :** هل المتتابعة : {**ح**ن } ={15،11،7،3،.....} حسابية أم لا ولماذا ؟ .

**جواب(1) :** المتتابعة حسابية لأن  **ح**ن +1  -  **ح**ن  = 4 ، لجميع قيم ن .

**مثال(2) :** أوجد الحد الثالث عشر (**ح**13) للمتتابعة الحسابية : {1،-3،-7،-11،....} .

**جواب(2) :** أساس المتتابعة (د) = -3-1 = -4 ، الحد الأول (أ) =1  ، إذن :

**ح**13 = 1 + (13 - 1) × -4 = 1 + (- 48) = - 47 .

**مثال(3) :** إدخل خمسة أوساط حسابية بين العددين -13 ، 245 ؟ .

**جواب(3) :** أ = -13 ، **ح**ن  = 245 ، ن = 7 ، د = ؟

نوجد أساس المتتابعة (د)  من القانون كمايلي :

**ح**ن  = أ + (ن - 1)د

245 = -13 + (7 - 1) × د  ، إذن د = 43  ، إذن الأوساط هي : 30 ، 73 ، 116 ، 159 ، 202 .

**المتتابعة الهندسية**

عزيزي الطالب لاحظ المتتابعات التالية واكتشف القاعدة :

{16،8،4،2،1،.....} ، {5،5،5،.....} ، {27،-3،9،-1،....}

نلاحظ في كل المتتابعات السابقة أن كل حد قسمة سابقه يساوي مقدار ثابت  ، وهذا النوع من المتتابعات نسميه بالمتتابعات الهندسية .

**المتتابعة الهندسية:**

نقول أن  {**ح**ن } متتابعة هندسية إذا وجد عدد ثابت **ر** بحيث **ر** = **ح**ن +1 ÷  **ح**ن  ، لجميع قيم ن وتسمى **ر** أساس المتابعة .

**ملاحظات :**

1-الحد النوني للمتتابعة الهندسية هو :  **ح**ن  = أ رن - 1  ، حيث أ هو الحد الأول ، ر هو أساس المتتابعة .

2- الأوساط الهندسية بين العددين أ ، ب هي حدود المتتابعة التي حدها الأول أ وحدها الأخير ب .

3- إذا كانت الأعداد أ ، ب ، جـ في تتابع هندسي فإن ب يسمى الوسط الهندسي   حيث :

أ/ب = ب/جـ  ← ب = زائد أو ناقص الجذر التربيعي لـ أ×جـ .

**أمثلة :**

**مثال(1) :**قرر فيما إذا كانت المتتابعة التالية هندسية أم لا : 3 ، 6 ، 12 ،..... ؟

**جواب(1) :** المتتابعة هندسية لأن حن +1 ÷  حن  = 2 ، لجميع قيم ن .

**مثال(2) :** أوجد الحد العاشر في المتتابعة : 2/1،-2،1،.... ؟

**جواب(2) :**المتتابعة هندسية ، أ = 2/1   ،  ر = -1 ÷ 2/1 = -2 ، إذن :

ح10  = 2/1 × -**9**2  = 2/1 × ( -512) = 256

**مثال(3) :** أوجد الوسط الهندسي للعددين 16 ، 9 ؟ .

**جواب(3) :**الوسط الهندسي للعددين = زائد أو ناقص جذر 144 = زائد أو ناقص 12 .

**مثال(4) :** إدخل أربعة أوساط هندسية بين العددين 486 ، 2 ؟

**جواب(4) :**أ= 486  ، ح**6**  = 2  ، ن = 6  ، بقي أن نوجد الأساس ر كما يلي :

ح**ن**  = أ رن - 1

2 =486 × ر6 - 1       ←    ر5  = 486/2    ←   ر5  = 243/1     ، لاحظ أن 243 = 53

ر5  = (3/1)5  ←  ر = 3/1

468 × 3/1 = 162    ،   162 × 3/1 =54  ، وهكذا .

إذن الأوساط الهندسية الأربعة هي : 162 ، 54 ، 18 ، 6 .                      (تذكر أن **ر** = **ح**ن +1 ÷  **ح**ن ) .

**ملاحظة :** إذا كان عدد الأوساط المطلوبة فردي ، كأن يقول إدخل خمسة أوساط... ، فإن الأساس ر الذي توصلت إليه يكون زائد أو ناقص  ، بمعنى أن يكون خمسة أوساط موجبة وأخرى سالبة .

أعلم أنك تريد مثال ، لذا سأذكر المثال التالي :

**\*\*\* إدخل خمسة أوساط هندسية بين العددين 81 ، 9/1  ؟**

جــ : أ= 81  ، ح**7**  = 9/1  ، ن = 7  ،

ح**ن**  = أ رن - 1

9/1 =81 × ر7 - 1       ←    ر6  = 9/1 ÷ 81    ←   ر6  = 729/1     ، لاحظ أن 729 = 63

ر6  = (3/1)6  ←  ر =+ - 3/1

عندما ر= + 3/1 فإن الأوساط هي : 27 ، 9 ، 3 ، 1 ، 3/1

عندما ر= - 3/1 فإن الأوساط هي : -27 ، 9 ، -3 ، 1 ، -3/1