**المتجهات**

في الرياضيات، وبشكل خاص في التحليل الاتجاهي، المُتّجِه (بالإنجليزية: Vector) هو سهم يتجه من نقطة إلى أخرى. يتحدد كل متجه في الرياضيات بثلاثة عناصر : المقدار وهو كمية قياسية تُمَثًّل بطول المتجه، الاتجاه يمكن تحديده في فضاء ثلاثي الأبعاد عن طريق زوايا اويلر، و نقطة التأثير وهي النقطة التي ينطلق منها المتجه [بحاجة لمصدر]. ومع أن المتجه يوصف بدلالة أرقام بعضها تعتمد على نوع جملة الإحداثيات، إلا أنه لا يعتمد على جملة الإحداثيات.

المثال المشهور للمتجه هو القوة الفيزيائية، فإن له مقدارًا واتجاهًا في فضاء ثلاثي الأبعاد ونقطة تأثير، كما تتبع قاعدة جمع المتجهات (حسب قاعدة متوازي الأضلاع) عندما نريد جمع قوى متعددة.

**تمثيل المتجهات**

سهم المتجه من A إلى B.

يشار إلى المتجهات عادة بحروف صغيرة ثخينة، مثل a أو مائلة أيضا مثل a (تمثل الحروف الكبيرة عادة المصفوفات). كما يصطلح على كتابتها أو a عند كتابتها باليد. إذا كان المتجه يمثل إزاحة من النقطة A إلى النقطة B كما في الشكل، يرمز عندها له بـ أو AB. يستخدم رمز القبعة (^) للإشارة إلى متجهات الوحدة، كما في .

للقوة متجه طوله يبين مقدارها واتجاه المتجه تمثل إتجاه القوة.

تظهر المتجهات في المخططات والرسومات كأسهم (قطع مستقيمة موجهة)، كما هو موضح في الشكل. تسمى هنا النقطة A المبدأ، وتسمى النقطة B الرأس. يتناسب طول السهم مع مقدارالمتجه، بينما يشير اتجاه السهم إلى اتجاه المتجه.

ونحتاج في المخططات ثنائية البعد إلى ترميز المتجه بدوائر صغيرة (كما في الشكل جانبا)، حيث تكون بعض المتجهات عمودية على مستوي المخطط. يرمز للمتجه بنقطة داخل دائرة صغيرة عندما يكون المتجه متجها خارج المخطط باتجاه المشاهد. بينما يرمز له بدائرة مرسوم في داخلها إشارة الضرب عندما يكون المتجه متجها إلى داخل المخطط. ويمكن تذكرها باعتبار النقطة هي منظر لرأس السهم، وإشارة الضرب هي منظر لذيل السهم (الريشة).

قد يكون التمثيل البياني من أجل حساب المتجهات متعبًا ومعقدًا. فالمتجهات في الفضاء الإقليدي متعدد الأبعاد يمكن أن تمثل في نظام إحداثي ديكارتي. يمكن تعيين نهاية المتجه بوضعها في قائمة مرتبة من الأعداد الحقيقية.

وكمثال في الفضاء ثنائي الأبعاد (الشكل جانبا)، يكتب المتجه من مبدأ الإحداثيات O = (0,0) إلى النقطة A = (2,3) بالشكل

في الفضاء الإقليدي ثلاثي الأبعاد (أو )، تعرف المتجهات بثلاثة أرقام تمثل الإحداثيات الكارتيزية لنقطة النهاية (a,b,c):

في دروس الفيزياء التمهيدية، تستبدل هذه المتجهات الثلاث بـ (أو )، ولكن تعارض هذه التسمية مع دليل الترميز (Index notation) واصطلاح تجميع (summation convention) المستخدمين في المستويات المتقدمة في الرياضيات، والفيزياء والهندسة.

**خصائص أساسية**

المقطع التالي يستخدم نظام إحداثي ديكارتي مع متجهات وحدة أساسية

ويفترض أن جميع المتجهات تبدأ من مركز الإحداثيات O. وتعني كل من :

وحدة متجه في اتجاه المحور x

وحدة المتجه في اتجاه المحور y

وحدة المتجه في اتجاه المحور z

وتستخدم الإحداثيات (1,0,0 ) , (0,1,0 ) , (0,0,1 ) بصفة أساسية مع البلورات ، في وصفها وحساباتها .

يكتب المتجه a على الوجه التالي:

(يمكن تخيل المتجه a يبدأ من ركن في بلورة مكعبة أو متوازية الأضلاع وينتهي في ركن آخر . أو أن يبدأ في نظام إحداثي كروي من المركز وينتهي عند تقابله بسطح الكرة ).

**تساوي المتجهات**

يقال عن متجهين أنهما متساويان إذا كان لهما نفس المقدار ونفس الاتجاه. وعلى هذا الوجه تكون المتجهات متساوية إذا تساوت إحداثياتها. فالمتجهين:

و

متساويين إذا تحقق

**جمع المتجهات وطرحها**

ليكن a , b متجهين في نفس الاتجاه ، فيكون مجموعهما بافتراض تساويهما :

a + a = 2a

وفي حالة تضادهما :

a - a = 0

وفي حالة أخرى مع اعتبار مركباتها نفترض أن :

a=a1e1 + a2e2 + a3e3

و

b=b1e1 + b2e2 + b3e3,

حيثe1،e2، e3 هي متجهات الوحدة متعامدة.

**ويمكن تمثيل جمع المتجاهات بشكل بياني:**

بوضع بداية المتجه b عند نهاية المتجه a، ثم رسم متجه من بداية المتجه a إلى نهاية المتجه b. يمثل المتجه الجديد المرسوم a + b، كما هو مبين في الشكل 2.

تسمى طريقة الجمع هذه بقاعدة متوازي الأضلاع، لأن a وb يشكلان أضلاع متوازي الأضلاع.

طرح a وb هو:

يمكن تمثيل طرح المتجهات بيانيًا أيضًا كما يلي: لطرح b من a، نضع نهاية a وb عند نفس النقطة، ثم يرسم سهم من نهاية b إلى نهاية a. يمثل هذه المتجه الجديد a − b، كما هو موضح في الشكل 3.

الشكل 3: طرح المتجهات a وb

**جمع متجهات**

محصلة متجهين متساويين ومتضادين تساوي صفرا . يمكن جمع المتجهات بطريقة متوازي أضلاع القوى الذي يتبع أحد قوانين الميكانيكا الذي ينص على أن:" إذا عملت قوتان في نقطة فيمكن أن يعبر عنهما بقوة واحدة." تسمى تلك القوة "محصلة". عمليا نقوم برسم متجهين للقوتين (أي نختار طول معين لكل منهما ) ونمثل اتجاهيهما بسهمين . نرسم متوازيان للسهمين فيكمل تقاطعهما شكل متوازي الأضلاع. نرسم خط يبدأ من زاوية إلتقاء بداية المتجهين ونوصل رأسه إلى الزاوية المقابلة فيكون بهذا قطر متوازي الأضلاع الذي يمثل محصلة المتجهين .

معكوس تلك العملية يسمى تحليل القوة إلى مركبتين ، حيث نجزئ متجه قوة ما إلى مركبتين عموديتان على بعضهما البعض، ومن خلال تلك العملية يمكن حساب مقدار كل من المركبتين الممثلين للقوة الأصلية ولكن بالنسبة للإحداثيات الديكارتية .

يمكن تعميم هذه الطريقة للحصول على محصلة عدة قوي ، ثلاثة أو أربعة أو أكثر... فيما يسمى مضلع القوى .

**جمع متجهين بالرسم البياني**

نفترض أن متجهين تؤثر على جسم. يمكننا بواسطة الرسم البياني تعيين المحصلة، كالآتي:

نرسم المتجهين كسهمين بمقياس رسم معين، من حيث المقدار والاتجاه،

نرسم من رأس السهم الأول خطا موازيا للسهم الثاني،

ونرسم من رأس السهم الثاني خطا موازياً للسهم الأول. يتقاع الخطان ويكتمل متوازي الأضلاع.

المحور الباديء من نقطة تأثير المتجهين إلى نقطة تقاطع الخطين هي محصلة المتجهين، وتقوم مقامهما.