

**العلاقات والدوال**



**إعداد الطالب/**

**العلاقات والدوال**

**الدالة العكسية لدالة من مجهولين هي نفس الدالة لكن بإبدال كل مجهول (X,Y مثلاً) مكان الآخر فتبدل الـ X مكان الـ Y و الـ Y مكان الـ X ، ثم توضع الـ Y لوحدها في طرف المعادلة و الباقي في الطرف الآخر، وتنتج لنا الدالة العكسية...**  **مثال/**  **الدالة العكسية للدالة Y=2X+3 هي X=2Y+3 ثم نضع الـ Y في طرف فتكون المعادلة في شكلها الأخير Y=X/2-3/2**  **ومن** **صفاتها** **أن مجال الدالة من هذه الدوال العكسية هو نفس المجال المقابل للدالة الأصلية لها ومجالها المقابل هو نفس مجال الدالة الأصلية (لماذا ؟؟)**  **من** **صفاتها** **أيضاً أنه لو عوضنا بالدالة العكسية عن الـ X في الدالة الأصلي كان الناتج هو X .. يعني بشكل آخر... لو فرضنا أن الدالة الأصلية هي ع(س) والدالة العكسية لها هي د(س) فإن هذه علاقة صحيحة...**  **ع(د(س)) = س ، والعكس صحيح أيضاً فـ د(ع(س)) = س .**  **هناك** **صفة أخرى** **تهمنا في** **الدوال العكسية،** **وهي أنه لو نظرنا إلى شكل (رسم) الدالة العكسية لدالة ما لوجدنا أنه نفس الشكل ولكنه معكوس (reflected) كالمرآة بالنسبة للخط ( أو بتعبير آخر: حول الخط) Y=X**  **نسيت أن أذكر أنه حتى يكون لدالة ما دالة عكسية inverse function يجب أن تكون هذه الدالة تطبيق متقابل أي ما يسمى بالإنكليزية (one-to-one function) يعني يكون لكل قيمة في الـ س ناتج واحد في الـ ص، وبشكل آخر لا يمكن أن تكون هناك نقطتان (2,4) و (2,3)، وأن لا تكون 2 مثلاً في مجال س ولا يوجد لها حل أو ناتج في الـ ص .**  **والآن بعد أن تطرقنا إلى الدوال العكسية ننتقل إلى ما يسمى بالدوال الأسية:**

**الدوال العكسية للدوال الأسية لها الخصائص التالية:   
  
1- مجال ع(س) هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة فقط.   
2-المجال المقابل لـ ع(س) هو مجموعة الأعداد الحقيقية.   
3- ع(س) تقطع خط السينات في (1,0) أي عندما س=1 فإن ص أو ع(س) =0 دائماً   
4-الدالة ع(س) هي عبارة عن تطبيق متقابل أو تقابلي one-to-one function .   
5- عندما (ب)>1 فإن: س------>0 عندما ع(س)------> سالب ما لا نهاية.   
6- عندما 0<(ب)<1 فإن: س------->0 عندما ع(س)------> ما لا نهاية.   
7- ع(س) هي دالة متزايدة عندما (ب)>1، ودالة متناقصة عندما 0<(ب)<1 (لماذا ؟؟)   
  
.................................................. ...    
  
كيف نضع الـ ص في طرف لوحدها  
  
سأحاول هنا أن أشرح ما الذي عمله علماء الرياضيات لتفادي هذه المشكلة، فأقول:   
  
حاول العلماء تعريف الـ ص في (س=ب^ص) تعريفاً رياضياً ومساواتها بشيء ما، (أي جعلها في طرف لوحدها) فقالوا أن الـ ص هي عبارة عن: (القوة المرفوعة للأساس (ب) والتي تعطي (أو تُكَوّن) العدد (س)، ولكن تعريفهم هذا يحتاج أن يأخذ شكلاً رياضياً لكي يمكن التعامل معه، لذلك فقد اتفق العلماء على هذه الصيغة لتعريف الـ ص، مطلقين عليها اللوغاريتمات، وسنحاول هنا أن نبين هذا بصورة مبسطة...   
  
تعريف الدالة اللوغاريتمية (الدالة العكسية للدالة الأسية:-  
  
(بشرط ب>0 , ب لا يساوي 1 و ((ص))=ع(س) ينتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية (ح) , س ينتمي إلى الأعداد الحقيقية الموجبة)   
  
فإن:   
  
ص = لوغ(ب) س إذا وفقط إذا كان س = ب^ص (أو بصيغة أخرى ص = لوغ(ب) س <=====> س = ب^ص)   
  
(حيث (ب) هو أساس اللوغاريتم , (ص = لوغ(ب) س) هي القوة التي ترفع للأساس (ب) لينتج لنا س , س هو ناتج ب^ص)   
  
ملاحظة: {بالنسبة للأقواس الصغيرة الموجودة بعد كلمة (لوغ) فقد كتبتها هكذا لعدم استطاعتي كتابتَها الكتابة الصحيحة، وهي تعني أساس اللوغاريتم وتكتب في الأصل بحجم عادي في أسفل يسار كلمة (لوغ) }   
  
وسأعطيكم هنا بعض الأمثلة للتوضيح:   
  
مثال 1/ حول المعادلات التالية إلى صيغها اللوغاريتمية:   
  
2^3=8 , 4^(2/1)=2   
  
الحل/   
  
2^3=8 ======> 3= لوغ(2) 8   
  
4^(2/1)=2 ======> 5.=لوغ(4) 2   
  
مثال 2/ حول الصيغ اللوغاريتمية الآتية إلى صيغ أسية:   
  
3= لوغ(10) 1000 , 2=لوغ(4) 16   
  
الحل/   
  
3= لوغ(10) 1000 =====> 10^3 =1000   
  
2= لوغ(4) 16 =====> 4^2=16   
  
بعض خصائص اللوغاريتمات:   
-----------------------------------------------------  
بما أن:   
  
  
اقتباس:  
  
ومن صفاتها (أي الدوال العكسية) أيضاً أنه لو عوضنا بالدالة العكسية عن الـ X في الدالة الأصلي كان الناتج هو X .. يعني بشكل آخر... لو فرضنا أن الدالة الأصلية هي ع(س) والدالة العكسية لها هي د(س) فإن هذه علاقة صحيحة...   
  
ع(د(س)) = س ، والعكس صحيح أيضاً فـ د(ع(س)) = س .  
  
  
فإنه لدالة (د(س)= ب^س)، لها دالة عكسية (ع(س)= لوغ(ب) س، فإن هاتين القاعدتين صحيحتين:   
  
أ- د(ع(س))= ب^لوغ(ب) س = س   
  
ب- ع(د(س))= لوغ(ب) (ب^س) = س   
  
مثال للقاعدة أ: ص= 2^لوغ(2) 8 ، أوجد ص.   
  
الحل/ ص= 2^لوغ(2) 8 = 8   
  
مثال للقاعدة ب: ص= لوغ(2) 8 ، أوجد (ص) :   
  
الحل/ ص= لوغ(2) 8 = لوغ(2) (2^3) =3   
  
------------------------------------------------   
  
ج- لوغ(ب) (أ.ج.د) = لوغ(ب) أ + لوغ(ب) ج + لوغ(ب) د   
  
------------------------------------------------   
  
د- لوغ(ب) (أ/ج) = لوغ(ب) أ - لوغ(ب) ج ...   
  
وكذلك: لوغ(ب) (أ.ج/د) = (لوغ(ب) (أ.ج) - لوغ(ب) د = لوغ(ب) أ + لوغ(ب) ج - لوغ(ب) د   
  
{سؤال للقراء: (أثبت الخاصيتين (ج) و (د) )}   
------------------------------------------------   
  
هـ- لوغ(ب) 1 = 0 , لأن لوغ(ب) 1 = 0 <====> (ب^0 = 1)   
  
------------------------------------------------   
  
و- لوغ(ب) ب = 1 لأن لوغ(ب) ب = 1 <====> (ب^1 = ب)   
  
تنبيه: (لوغ(1) 1 غير معرف ولا يساوي 1 لأن القاعدة (ب) لا يمكن أن تساوي 1 ...   
  
ز- إضافة إلى الخصائص السبع التي ذكرناها في الجزء الثالث (للدوال العكسية للدوال الأسية (الدوال اللوغاريتمية**