

## تحليل اقتصادي لتأثير إضافة الزنك والفسفور في حاصل حبوب الذرة الصفراء

محمد عبد ابراهيم الحدان عفاف صالح الحاتي

قسم الاقتصاد الزراعي - كلية الزراعة - جامعة بغداد

## المستخلاص

جري المختصون في العلوم الزراعية البحثة تجارب فنية على استخدام الأسمدة الكيماوية في إنتاج مختلف المحاصيل الحقلية. تهدف هذه البحوث للتوصل إلى كميات الأسمدة التي تحقق المعايير الإحصائية لناتج هذه المحاصيل حيث تكون هي الكميات المثلث. أما الاقتصاديون فلتوجه بحثهم نتائج هذه التجارب لتحديد كميات الأسمدة المثلث التي تتحقق الكفاءة الاقتصادية لإنتاج المحصول فضلاً عن المعيار الإحصائي الذي يستخدمه الباحثون الآخرون. إن الاقتصادي الزراعي يستخدم معايير أخرى في اختيار الدالة المناسبة وهي المعايير البيأيولوجية والاقتصادية والقياسية والاقتصادية. يهدف هذا البحث إلى تحديد كمية السمادين الزنك والفسفور المحققة لكفاءة الاقتصادية في إنتاج الذرة الصفراء في منطقة التجربة حيث سيكون هناك تداخل في فعل إضافة هذين السمادين. تم تطبيق التجربة في عام 1999 في محطة أبي غريب للأبحاث الزراعية. تم تقدير سبع دول إنتاجية ، وأظهرت نتائج التحليل الكسي بان الدالة الآتية (التربيعية) كانت أفضل الدول تمثيلاً للعلاقة بين ناتج الذرة الصفراء كمتغير ثابع وسمادي الزنك والفسفور كمتغيرين توضيحيين استناداً إلى المعايير البيأيولوجية والاقتصادية والإحصائية من الدرجة الأولى والثانية. أظهرت نتائج البحث كذلك بان المستوى الذي يحقق الكفاءة الاقتصادية من السماد الفسفوري هو 65 كغم/هـ ، أما مستوى سماد الزنك المحقق لكفاءة الاقتصادية فقد كان 8 كغم/هـ. تم إعطاء بعض التوصيات التي من شأنها أن تدعم البحث في هذا الاتجاه. أوصى البحث أن يشترك الباحثون التقنيون الزراعيون مع الاقتصاديين في تحليل نتائج التجارب على الأسمدة للمحاصيل المختلفة وإخراج تحليل فني واقتصادي لهذه التجارب، وأن لا تقتصر التجارب على الأسمدة فقط وإنما إدخال عوامل أخرى في التجارب وإصدار نتائج مشتركة بين الباحثين في التربية والمحاصيل مع الاقتصاديين الزراعيين.

The Iraqi Journal of Agricultural SciencesAl-Hani & Al-Hardan

## AN ECONOMIC ANALYSIS OF THE EFFECT OF APPLYING ZINC AND PHOSPHORUS ON MAIZE GRAIN YIELD

Afaf S. Al-Hani

Mohammad A. I. Al-Hardan

Dept. of Agric. Economics , College of Agric.,  
Univ. of Baghdad

## Abstract

Specialists in agricultural sciences carry out field experiments on fertilizers use on different field crops. The aim of such work is to determine the fertilizers quantities which are statistically significant in producing these crops. These quantities of fertilizers are the required quantities technically. On other side the agricultural economists analyze the results of these experiments to determine the optimum quantities of these fertilizers which achieve the economic efficiency to produce certain crop. In addition to the statistical criterion used by pure agricultural scientists, the agricultural economists uses other criteria in choosing the suitable production function such as biological, econometrical and economical. The aim of this work was to estimate the optimum level of the effect of interaction between Zinc and Phosphorus fertilizers which maximize profit for the production function of corn for the season 1999 for Abu-Ghraib experimental station. Seven production functions were estimated. The quadratic function was the most suitable function according to economic, biological, statistical and econometrical criteria. The results showed that the optimum level of phosphorus was 65 kgs / ha, while for zinc was 8 kgs / ha.

\* تاريخ استلام البحث 9/9/2006، تاريخ قبول البحث 23/6/2007

## المقدمة

محصول صيفي ويتنافس مع محاصيل الخضر والمحاصيل الأخرى على الماء (3).

تم اجراء العديد من البحوث الاقتصادية في مجال استعمال الأسمدة الكيماوية في إنتاج المحاصيل الحقلية سواء على المستوى العالمي أو العربي أو المحلي. ويعد الباحث الاقتصادي الزراعي الأمريكي (Heady) (9) من رواد الذين عملوا في هذا الاتجاه جاء بعده عديدون منهم Dillon (7) و Doll (8) و Debertin (6) وغيرهم. ومن ابرز الاقتصاديين الزراعيين العرب الذين بحثوا في مجال اقتصادات استعمال الأسمدة الكيماوية هم ( محمود محمد شريف وعلى يوسف خليفة). أما في العراق فقد تم اجراء كثير من البحوث والرسائل في مجال اقتصادات استعمال الأسمدة الكيماوية منهم الشحادة (1) و خاطر وآخرون(2). كما انه تم مؤخرا اجراء كثير من بحوث الأسمدة الكيماوية وخصوصا في استعمال سمام الزنك والفسفور منها (21,20,19,18,17,16,15,14,13,12,11,5).

يهدف البحث إلى إيجاد المستوى الأمثل اقتصادياً لتأثير إضافة كل من السمادين الزنك والفسفور على مستوى التجربة الحقلية التي تم تنفيذها في حقل التجارب التابع لمحطة أبحاث أبي غريب / الهيئة العامة للبحوث الزراعية التطبيقية لعام 1999 (جدول 1) ولمستويات مختلفة متداخلة من الفسفور والزنك استخدمت بأربعة مستويات لخامس اوكسيد الفسفور ( $P_2O_5$ ) وهي صفر و 60 و 120 و 180 كغم / هكتار ، اما الزنك فكان بثلاثة مستويات هي صفر و 5 و 10 كغم / هكتار وبصورة كبريات الزنك.

جدول (1) التأثير التناخي لسمادي الفسفور والزنك على حاصل الذرة الصفراء لمستويات التجربة الأصلية(4)

سماد الفسفور $X_1$	سماد الزنك $X_2$	ناتج الذرة الصفراء (كغم / هـ)
0	0	2660.9
60	0	3690.4
120	0	3580
180	0	3356
0	10	2928
60	10	4900
120	10	4528
180	10	4051.2
0	10	2824
60	10	4202
120	10	3442
180	10	3464

والجذرية والجذرية ذات التأثير المشترك والخطية واللوغارitmية ولخيراً الدالة نصف اللوغارitmية . تم اختيار الدالة الآلية لأنها الأكثر تعبيراً عن العلاقة الداخلية بين السمادين (الزنك والفسفور) كمتغيرين توضيحيين في انتاج محصول الذرة الصفراء كمتغير تابع (جدول 1) .  
جدول (2) دوال الإنتاج المقدرة لعلاقة إضافة السمادين الزنك والفسفور من جهة وناتج الذرة الصفراء والتي استخرجت بواسطة الحاسوب الآلي ومن خلال برنامج SPSS للموسم 1999

**النتائج والمناقشة**  
تم الاعتماد على الحاسوب الآلي في تحليل بيانات التجربة الحقلية التي تخص العلاقة لتأثير السمادين الفسفور والزنك وإنماج الذرة الصفراء . تم تقدير سبع دوال انتاجية هي الدالة الآلية (التربيعية) والآلية ذات التأثير المشترك هي الدالة نصف اللوغارitmية المزدوجة

الصيغة الرياضية	اسم الدالة
$Y = 2364.29 + 3.396X_1 + 12.126X_2$ $t \quad (7.196) \quad (1,109) \quad R^2 = 0.12, F = 0.639 \quad DW = 1.714$	الخطية
$\ln Y = 7.915 + 0.0617 \ln X_1 + 0.0382 \ln X_2$ $t \quad (82.12) \quad (3.17) \quad R^2 = 0.54, F = 0.43, DW = 1.2$	اللوغارitmية المزدوجة
$Y = 2721.4 + 206.7 \ln X_1 + 143.133 \ln X_2$ $t \quad (7.17) \quad (2.7) \quad R^2 = 0.47, F = 4 \quad DW = 1.24$	الدالة نصف اللوغارitmية
$Y = -320.15 - 25.18X_1 - 761.3X_2 + 422.8X_1 + 3188.1X_2$ $t \quad (-0.47) \quad (5.14) \quad (-4.16) \quad (6.016) \quad (4.257)$ $R^2 = 0.90 \quad F = 15.755 \quad DW = 2.76$	الدالة الجذرية
$Y = 2116.75 + 25.76X_1 + 423.09X_2 - 0.12X_1^2 - 35.4X_2^2 - 0.17X_1X_2$ $t \quad (4.8) \quad (3.7) \quad (2.7) \quad (-3.5) \quad (-2.7) \quad (-0.4)$ $R^2 = 0.80 \quad R^{-2} = 0.63 \quad F = 4.8^* \quad DW = 3.2$	التربيعية ذات التأثير المشترك
$Y = -407.9 - 25.19X_1 - 763.7X_2 + 432.7X_1 + 3235.1X_2 - 4.57X_1X_2$ $t \quad (-0.49) \quad (-4.8) \quad (-3.8) \quad (4.9) \quad (3.8) \quad (-0.224)$ $R^2 = 0.90 \quad R^{-2} = 0.81 \quad F = 10.9 \quad DW = 2.7$	الجذرية ذات التأثير المشترك
$Y = 21.943 + 24.849X_1 + 407.59X_2 - 0.118X_1^2 - 35.423X_2^2$ $t \quad (6.38) \quad (4.18) \quad (2.99) \quad (-3.76) \quad (-2.98)$ $R^2 = 0.79 \quad R^{-2} = 0.68 \quad F = 6.84 \quad DW = 3.21$	التربيعية (الآلية) المعتمدة

المطلق وهذا ما يحصل في المرحلة الثالثة . أما سبب ذلك فيعود الى ان هناك حداً اقصى لاستجابة النبات للسمادين التي تكون مؤثرة بصورة ايجابية في زيادة الانتاج في المرحلتين الاولى والثانية في حين يصبح تنازلياً في المرحلة الثالثة من مراحل الانتاج .

اعتمد في اختيار الدالة الافضل للمعايير الآتية :  
1- المعيار البيولوجي : وخاصة في قياس التأثير الدالي لعلاقة الاسمية والناتج ، اذ ان استخدام الأسمدة الكيماوية بشكل عام سيزيد الناتج بصورة متزايدة في بداية المرحلة الأولى من مراحل الانتاج ثم يزداد الانتاج الكافي بصورة متناقصة الى ان يصل الى النهاية العظمى في نهاية المرحلة الثانية وبعد ذلك تبدأ كمية الناتج الكافي بالتناقص

(Residual) اي بين العناصر الفردية والزوجية للمتغير العشوائي (Random variable) ، ومشكلة عدم ثبات تجنس التباين Heteroscedasticity المتغير العشوائي مع المتغيرات التوضيحية . أخيرا مشكلة الازدواج الخطى بين المتغيرات التوضيحية او ما يسمى Multicollinearity .

اعتماداً على المعايير السابقة تم اختيار الدالة الآتية للموسم 1999 وهي اكثربالدوال تمثيلاً للعلاقة بين الناتج المحصولي للذرة الصفراء (Y) والفسفور  $X_1$  والزنك  $X_2$  .

كانت نتائج الدالة المقدرة كالتالي :

$$\hat{Y} = 2593.24 + 24.488 X_1 + 295.94 X_2 - 0.117 X_1^2 - 27.98 X_2^2$$

$$t \quad (6.381)^{**} \quad (4.189)^{**} \quad (2.996)^{**} \quad (-3.768)^{**} \quad (-2.298)^{*}$$

$$R^2 = 0.799 \quad R^{-2} = 0.68 \quad F = 6.97^{**} \quad D.W = 3.2$$

إذ إن :

$\hat{Y}$  : تمثل كمية الناتج المقدر لمحصول الذرة الصفراء بالكيلوغرام / هكتار

$X_1$  : تمثل كمية سباد الفسفور بالكيلوغرام / هكتار

$X_2$  : تمثل كمية سباد الزنك بالكيلوغرام / هكتار

$D.W$  : قيمة اختبار Durban-Watson (D.W) المحسوبة.

اجتازت هذه الدالة الاختبارات الاحصائية من الدرجة الاولى

بالنسبة للمقدرات من خلال اختبار t و اختبار F الذي يمثل

المعنوية للأنموذج وكذلك اجتازت اختبارات الدرجة الثانية

الجدول 3 يمثل بوافي الدالة الآتية و اختبار سبيرمان للتأكد من عدم وجود مشكلة عدم ثبات تجنس التباين

Y	ei	Rank ei	Rank $X_1$	Rank $X_2$	$d_1$	$d_2$
2338.78	147.21	7	1	1	-6	-6
3546.57	-4.57	2	2	1	0	1
3781.89	-313.89	10	3	1	7	9
3044.75	171.25	8	4	1	7	7
3171.98	-331.98	11	1	2	10	9
4379.77	432.22	12	2	2	10	10
4615.09	-195.09	9	3	2	6	7
3877.94	94.85	5	4	2	1	3
2759.28	1.91	1	1	3	0	-2
3967.07	120.926	6	2	3	4	3
4202.39	-39.59	3	3	3	0	0
3465.25	-83.24	4	4	3	0	1

$$6\sum d_1^2$$

$$r_1 = 1 - \frac{6\sum d_1^2}{n(n^2-1)}$$

$$r_1 = 0.237$$

$$t^* = 1.477$$

$$r_2 = 0.468$$

الجدول 4 مصفوفة الارتباط البسيط لاختبار مشكلة الأزداج الخطى بين المتغيرات التوضيحية (حسب اختبار كلين)

	Y	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub> X <sub>1</sub> <sup>2</sup>	X <sub>2</sub> X <sub>2</sub> <sup>2</sup>
Y	1	0.349	0.101	0.151	-0.043
X <sub>1</sub> X <sub>1</sub>	0.349	1	0.00	0.958	0.00
X <sub>2</sub> X <sub>2</sub>	0.101	0.00	1.000	0.00	0.961
X <sub>1</sub> <sup>2</sup> X <sub>1</sub>	0.151	0.958	0.000	1.000	0.000
X <sub>2</sub> <sup>2</sup> X <sub>2</sub>	-0.043	0.000	0.961	0.000	1.000

وهي طريقة الفروق العامة Generalized differences (4) والتي تمت بعد الحصول على قيمة  $\rho$  معامل الارتباط الثاني من خلال قيمة اختبار درين واتسون  $DW^*$  وبواسطة القانون الآتي :

$$\rho = 1 - \frac{DW^*}{2} \quad (4)$$

و  $\rho Y_{t-1}$  و  $\rho X_{2t-2}$  و  $\rho X_{1t-1}$  . وبالطريق من القيمة الاصلية للمتغيرات  $Y_t$  و  $X_1$  و  $X_2$  تصبح البيانات بالشكل الآتي :

$$Y_t - \rho Y_{t-1}, X_1 - \rho X_{2t-1}, X_2 - \rho X_{2t-1}$$

بالنسبة للمشاهدة الأولى للمتغيرات التي فقدت أثناء إجراء تخلف للتغيرات فيتم الحصول عليها من خلال الصيغة الآتية :

$$\sqrt{1 - \rho^2} * Y_t, \sqrt{1 - \rho^2} * X_1, \sqrt{1 - \rho^2} * X_2$$

وبذلك أدخلت مرة ثانية في الحاسب الآلي وتم الحصول على النتائج الآتية :

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= 937.886 + 84.642X_1 + 0.653X_2 - 122.348X_1^2 - 7.637X_2^2 \\ t &= (0.704) \quad (2.212)^* \quad (3.473)^{**} \quad (0.47) \quad (0.16) \\ R^2 &= 0.65 \quad R^{-2} = 0.50 \quad F = 3.77^* \quad DW = 1.77 \end{aligned}$$

حين كان سعر الناتج لمحصول الذرة الصفراء هو (130) دينار للكيلوغرام الواحد .

بذلك يمكن استخراج الكمييات المثلث من سماد الفسفور  $X_1$  وسماد الزنك  $X_2$  التي تعظم الربح من خلال الشرط الضروري . لتقدير الكمييات المثلث من سمادي الفسفور والزنك تستخرج اولاً الناتج الحدي لسماد الفسفور ثم سماد الزنك والذي هو عبارة عن المشتقة الجزيئية الاولى لدالة الانتاج نسبة الى عنصر سماد الفسفور  $X_1$  ثم نسبة الى عنصر سماد الزنك  $X_2$  .

$$MPX_1 = \frac{\partial Y}{\partial X_1} = 84.642 - 1.306X_1$$

\* معنوي على مستوى 0.05 و \*\* معنوي على مستوى 0.01 من خلال هذه المعادلة تم تقدير الكمييات المثلث من سماد الفسفور  $X_1$  والزنك  $X_2$  الذي يعظم الربح وفقاً لما يأتي :  
- الشرط الضروري لتعظيم الربح في عملية الانتاج هو تساوي قيمة الناتج الحدي  $VMP = PX_i$  مع سعر (Value of Marginal Product) عنصر الانتاج المستخدم في العملية الانتاجية (عماً)  
بأن سعر سماد الفسفور  $PX_1$  هو حوالي (44.5) دينار للكيلوغرام الواحد ، وسعر سماد الزنك  $PX_2$  هو نحو (45) دينار للكيلوغرام الواحد ، في

$$\begin{aligned} \text{أما قيمة الناتج الحدي } VMP &= P_X \cdot \frac{\partial TFC}{\partial X_1} = P_X \cdot MP \\ \text{وثم تساوي } VMP &= P_X \cdot MP \quad \text{قيمة الناتج الحدي مع سعر} \\ \text{الكلف من السماد الفسفوري } &MP \\ \text{خلال ضرب سعر الناتج } PY &\text{ في الناتج الحدي } MP \\ (84.64 - 1.306X_1) \times 130 &= 44.5 \\ X_1 &= 64.54 \cong 65 \end{aligned}$$

إذ إن  $X_1 = 65$  كجم خامس أوكسيد الفسفور / هكتار الكمية المثلثى من سماد الفسفور المعطرة للربع.  
اما بالنسبة للكمية المثلثى  $- X_2$  فتستخرج بنفس الطريقة الآتية :

$$MPX_2 = \frac{\partial Y}{\partial X_2} = 122.348 - 15.276X_2$$

$$(122.348 - 15.276X_2) \times 130 = 45$$

$$X_2 = 7.986 \approx 8$$

إذ إن  $X_2 = 8$  كغم كبريتات الزنك / هكتار وهي الكمية المثلثي التي تعظم الربح .

(السمادين) اي ان تكون مشتبة الناتج الحدي سالبة وهذا يفي بالشرط الكافي بالنسبة لعنصر الفسفة .

$$\frac{\partial MPX_1}{\partial X_1} = -1.306$$

كذلك بالنسبة لعنصر الـ زنك

$$\frac{\partial MPX_2}{\partial X_2} = -15.276$$

اذ از

$MPX_1$ : الناتج الحدي لسماد الفسفور.

.  $X_2$  الناتج الحدي لسماد الزنك  $X_3$  MPX,

اما المعدل الحدي للاستبدال (او ما يسمى بالنسبة السعرية بين العنصرين) فيهي :

ويعني الشرط الكافي اقتصادياً أن المنتج يعمل لتحقيق معظمه الربح عندما يكون الناتج متواصلاً . اي ان الانتاج الكفوء اقتصادياً يكون في المرحلة الثانية من مراحل الانتاج .

$$\frac{P X_1}{P X_2} = \frac{44.5}{45} = 0.988$$

أما مرونة الإنتاج لعنصر الفسفور  $EX_1$  فهي

$$EX_1 = \frac{MPX_1}{APX_1}$$

$$EX_1 = \frac{84.64 - 1.306X_1}{\frac{937.886}{X_1} + \frac{84.642X_1}{X_1} - \frac{0.653X_1^2}{X_1} + \frac{122.348X_2}{X_1} - \frac{7.637X_2^2}{X_1}}$$

$$EX_1 = 0.0098$$

$7.98 = X_2$  بما يساويها 64.5 و بالتعويض عن

- 8- Doll J. P. 1978 Production Economics, U.S.A, p.77
- 9- Earl Heady, 1972, Agricultural Production Functions , Iowa State University Press,p.475.
- 10- Maddala, 1979, Econometrics, Magrow hill, pp.272-279.
- 11- D.M.Lambert,(2006), Economic Analysis of spatial- temporal patterns in Corn and Soybean Response to Nitrogen and Phosphorus, Published on line. www.google.com
- 12- Gregory W.Roth,2006, Starter Fertilizers for Corn On Soils Testing High in Phosphorus in the Northeastern USA, Published on line. www.google.com
- 13- Jacob.lisuma, 2006, Maize Yield Response and Nutrient Uptake after Micronutrient Application on a volcanic Soil, Published on line. www.google.com
- 14- W.Singer, 2003, Profitability of various corn , soybean , wheat, and alfalfa cropping systems, Published on line. www.google.com
- 15- Ovaro Nathan, 2007, The concentration of Pb ,Cu and Zn in Nairobi, Kenya, Published on line. www.google.com
- 16-Jose Antonio Rodriguez, 2007, Evaluation of copper and Zinc concentration in Topsoil of the Ebro basin by Means of Teledetection , Published on Line. www.google.com
- 17-Bart Vandecasteele, 2007, Bioaccumulation of Cd and Zn in Salix cinerea rooting in seasonally flooded contaminated sediments , Published on line. www.google.com
- 18-Walter W, Wenzel, 2007, Environmental factors Affecting Metal Mobility , Published on line. www.google.com
- 19-Nathan A.Slaton, 2002, Development of A critical Mehlich 3 Soil Zinc concentration for rice in Arkansas, Published on Line. www.google.com
- 20-Nathan A. Slaton, 2002, Effect of zinc source and Application Time on zinc Uptake and Grain Yield of Flood- Irrigated rice, published on Line. www.google.com
- 21- Scott A.Nolte, 2002, Efficacy and Economic Return on Investment for conventional and Herbicide-Resistant corn ,Published on Line. www.google.com

استنادا إلى النتائج التي تم التوصل إليها يمكن التوصية باستمرار إجراء التجارب السمادية لمحصول الذرة الصفراء في مختلف مناطق العراق ولمختلف الاصناف لاحتياج العاملين في السياسة الزراعية الى هذه المعلومات وكذلك المشرفين على تحديد الأسعار الزراعية في وزارة الزراعة . كذلك أن يشترك الباحثون الفيزيون الزراعيون مع الاقتصاديين في تحليل نتائج التجارب على الأسمدة للمحاصيل المختلفة وخارج تحليل فني واقتصادي لهذه التجارب، وان لا يقتصر التجارب على الأسمدة فقط وإنما ادخال عوامل اخرى في التجارب واصدار نتائج مشتركة بين الباحثين في التربة والمحاصيل ومع الاقتصاديين الزراعيين .

#### المصادر

- 1- شحادة، نيكولا صياغ . 1982. الدلالات الانتجاجية السمادية للذرة الصفراء صنف نيليوم . رسالة ماجستير مقدمة إلى كلية الزراعة . قسم الاقتصاد الزراعي . جامعة بغداد . ص 17 و 18 .
- 2- خاطر، سعدون فرح . 1989 . دراسة اقتصادية لبعض ابحاث تسميد الذرة الصفراء في العراق. رسالة ماجستير مقدمة الى كلية الزراعة - قسم الاقتصاد الزراعي - جامعة بغداد . ص 27 - 29 .
- 3- اليونس، عبد الحميد احمد 1971. نشرة إرشادية في زراعة الذرة الصفراء رقم 30 . ص 3 .
- 4- المعيني ، عبد المجيد تركي، جياد، إبراهيم لفته ، ناهض عبد الأمير. 2004- تأثير التداخل بين الفسفور والزنك في نمو وحاصل الذرة الصفراء- مجلة الزراعة العراقية- 30-23:(1)9
- 5- Nekesa A.O 2006- Responses of maize-bean intercrops to mimijingu rock phosphate and lime in terms of nutrient use efficiency and economic benefits on acid soils of western Kenya, Published on line. www.google.com
- 6- Debertin D. L. 1986 Agricultural Production Economics. Macmillan Publishing Company, New York, p.81.
- 7- Dillon J. L. 1979 The Analysis of Response in Crop and Livestock Production. Pergamon Press, Oxford, p.36.

استخراج مرونة انتاج  $X_2$  بنفس الطريقة من خلال التعويض عن قيم  $X_1$  و  $X_2$  نحصل على :

$$EX_2 = \frac{MPX_2}{APX_2}$$

$$EX_2 = \frac{122.348 - 15.276X_2}{\frac{937.886}{X_2} + \frac{84.642X_1}{X_2} - \frac{0.653X_1^2}{X_2} + \frac{122.348X_2}{X_2} - \frac{7.637X_2^2}{X_2}}$$

$$EX_2 = 0.00077$$

تعني هذه النتيجة إن مرونة الإنتاج قليلة جداً وتعني اقتصادياً أنها تتم بالمرحلة الثانية من خلال الدالة الآتية . يمكن استخراج بعض المشتقات الاقتصادية مثل معادلة الكميات المتساوية Iso quant equation بالنسبة للعنصر  $X_1$  وهي :

$$\text{عائد السعة} = \text{مرونة انتاج العنصر}_1 X_1 + \text{مرونة انتاج العنصر}_2 X_2$$

العنصر  $X_2$

$$-0.653 X_1^2 + 84.62 X_1 + 122.348 X_2 - 7.637 X_2^2 - Y = 0$$

$$a \quad b \quad c$$

$$X_1 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$X_1 = \frac{-84.62 \pm \sqrt{(84.64)^2 - 4[(-0.653)(122.348 X_2 - 7.637 X_2^2) - Y]}}{2(-0.653)}$$

بنفس الطريقة تحسب معادلة الكميات المتساوية بالنسبة للعنصر  $X_2$  من خلال معادلة الدستور للمعادلة الآتية :

$$-7.637 X_2^2 + 122.348 X_2 + 84.642 X_1 - 0.653 X_1^2 - Y = 0$$

$$a \quad b \quad c$$

$$X_2 = \frac{-122.348 \pm \sqrt{(122.348)^2 - 4[(-7.637)(84.642 X_2 - 0.653 X_2^2) - Y]}}{2(-7.637)}$$

اما معادلة الميل المتساوي Isocline فيمكن استخراجها بجعل نسبة الناتج الحدي للعناصر متساوية الى النسبة السعرية لهما :

$$\frac{MPX_1}{MPX_2} = \frac{PX_1}{PX_2}$$

أي أن :

$$X_1 = \frac{679.792 \pm 1635.596 X_2}{58.77} = 11.56 + 27.83 X_2$$

وبنفس الطريقة نستخرج معادلة الميل المتساوي بالنسبة للعنصر  $X_2$

$$\frac{MPX_2}{MPX_1} = \frac{PX_2}{PX_1}$$

$$X_2 = \frac{5063.597 + 58.77 X_1}{679.782}$$

$$X_2 = 7.448 + 0.086 X_1$$